Vergrotingen, oppervlakte en inhoud

De inhoud van een bol met straal r is
$\text{Inh} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

De oppervlakte van een bol met straal r is
$\text{Opp} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

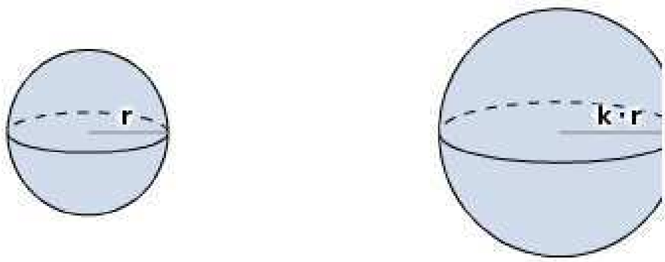
Je ziet dat de straal r in de **tweede macht** voorkomt in de formule voor de oppervlakte: $r^{\mathbf{2}}$. Dit komt omdat oppervlakte **tweedimensionaal** is - je meet oppervlakte in $cm^{\mathbf{2}}$.
Als je een figuur vergroot met factor k, wordt de oppervlakte $k^{\mathbf{2}}$ keer zo groot.

Je ziet dat de straal r in de **derde macht** voorkomt in de formule voor de inhoud: $r^{\mathbf{3}}$. Dit komt omdat inhoud **driedimensionaal** is - je meet inhoud in $cm^{\mathbf{3}}$.
Als je een figuur vergroot met factor k, wordt de inhoud $k^{\mathbf{3}}$ keer zo groot.

Dit geldt niet alleen voor bollen, maar voor alle ruimtefiguren.

- Als je een vlakke figuur vergroot met factor **k**, wordt de oppervlakte $\mathbf{k^2}$ keer zo groot.
- Als je een ruimtefiguur vergroot met factor **k**, wordt de oppervlakte $\mathbf{k^2}$ keer zo groot.
- Als je een ruimtefiguur vergroot met factor **k**, wordt de inhoud $\mathbf{k^3}$ keer zo groot.

---- Voorbeeld ----



Als we een bol vergroten met factor k,
dan wordt de oppervlakte k^2 keer zo groot.

$$\text{Opp}_{\text{bol}} = 4\pi r^2$$

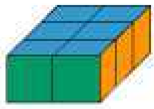
$$\begin{aligned}\text{Opp}_{\text{bol}} &= 4\pi(kr)^2 \\ &= \mathbf{k^2} \cdot \text{Opp}_{\text{bol}} \\ &= \mathbf{k^2} \cdot 4\pi r^2\end{aligned}$$

Als we een bol vergroten met factor k,
dan wordt de inhoud k^3 keer zo groot.

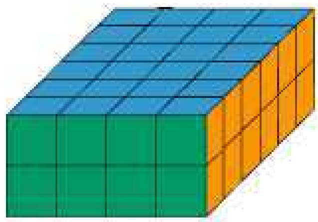
$$\text{Inh}_{\text{bol}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\begin{aligned}\text{Inh}_{\text{bol}} &= \frac{4}{3}\pi(kr)^3 \\ &= \mathbf{k^3} \cdot \text{Inh}_{\text{bol}} \\ &= \mathbf{k^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3\end{aligned}$$

Hiernaast zie je twee balken die bestaan uit kubusjes. De rechter balk is een vergroting van de linker balk met vergrotingsfactor $k = 2$.



De linker balk heeft een inhoud van $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ kubusjes.
De rechter balk heeft een inhoud van $2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$ kubusjes.



De inhoud is dus $\frac{48}{6} = 8$ keer zo groot geworden.

De inhoud is vermenigvuldigd met $2 \cdot 2 \cdot 2$, oftewel 2^3 ("twee tot de macht drie").

Dit gaat zo voor alle ruimtefiguren.

Als een ruimtefiguur wordt vergroot met vergrotingsfactor k, dan wordt de inhoud k^3 keer zo groot.

Je kan dit ook omkeren.

Een ruimtefiguur wordt vergroot met een factor k. De inhoud is 8 keer zo groot geworden. Je weet dan: $k^3 = 8$.

Je hebt gezien dat $2^3 = 8$. Dus de vergrotingsfactor is $k = 2$.

Wat je hier doet is het berekenen van de **derdemachtswortel**:

$\sqrt[3]{8} = 2$, want $2^3 = 8$.

Als een ruimtefiguur wordt vergroot, en de inhoud wordt p keer zo groot, dan is de vergrotingsfactor gelijk aan $k = \sqrt[3]{p}$.

De derdemachtswortel kun je vaak niet met de hand uitrekenen. Je hebt meestal een rekenmachine nodig.

Wat je moet intoetsen, is per rekenmachine anders. De manieren om $\sqrt[3]{12}$ te berekenen zijn

- 3 $\sqrt[y]{x}$ 12 =
- 12 $\sqrt[y]{x}$ 3 =
- 3 2nd ^ 12 =
- 3 Shift ^ 12 =

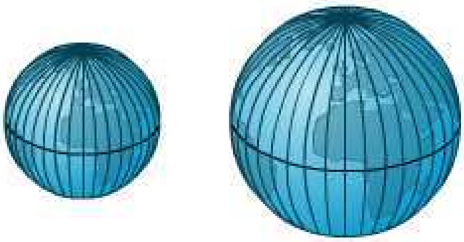
Als het goed gaat, geeft je rekenmachine het antwoord 2,289… .

---- Voorbeeld ----

Hiernaast zie je twee bollen.

De linker bol heeft een inhoud van $3\,dm^3$.
De rechter bol heeft een inhoud van $10\,dm^3$.

De rechter bol is een vergroting van de linker. Wat is de vergrotingsfactor?



Oplossing

De vergrotingsfactor is ongeveer 1,49.

Uitleg:

De inhoud is na vergroting toegenomen van **$3\,dm^3$** naar **$10\,dm^3$**.

De inhoud is dus vermenigvuldigd met

$\frac{10}{3} \approx 3{,}333$

Dus $k^3 \approx 3{,}333$.

Bereken de vergrotingsfactor door de derdemachtswortel van 3,333 te berekenen.

$k \approx \sqrt[3]{3{,}333} \approx 1{,}49$